RAYMUNDO J. S. TORRES

INTRODUÇÃO AO RISCO FINANCEIRO

Material de suporte elaborado para curso de quatro horas, duas aulas, tendo como participantes professores e estudantes de nível médio ou interessados em uma visão introdutória desse tema.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
SETEMBRO DE 2004

APRESENTAÇÃO

O texto apresentado se destina ao suporte de curso a ser desenvolvido em duas aulas, totalizando quatro horas e voltado para um público de nível médio, inclusive professores de Matemática que lecionam para esses alunos. Claro, também a interessados em um tratamento introdutório nesse campo do conhecimentol

O objetivo geral do trabalho é oferecer uma visão ampla dos assuntos que, hoje, compõem o que se convencionou designar Finanças Quantitativas ou Matemática das Finanças, para que haja uma distinção com a Matemática Financeira. Trata-se de um campo de recente desenvolvimento, a partir das últimas décadas do século passado, quando foi redescoberta a tese de doutoramento do jovem matemático francês Louis Bachelier, apresentada na Sorbonne, em março de 1900.

O objetivo específico é explorar os assuntos em uma linguagem objetiva, em pequenas doses para compor o todo, como faria um profissional da Homeopatia, permitindo-me essa comparação. Assim, cada assunto é introduzido com parcimônia e, logo a seguir, busca-se a exemplificação para melhor esclarecimento. Usa-se e explica-se termos do mercado financeiro.

Resta assinalar e agradecer o apoio de Glória, Jodália e Leopoldina, colegas do Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia. Mas, convém realçar, só ajudaram nos acertos, falhas, posso comete-las sozinho.

Raymundo J. S. Torres

SUMÁRIO

1. INVESTIMENTO E RETORNO

Caso uma pessoa disponha de alguma sobra de dinheiro ("folga de caixa"), poderá aplicá-la em busca de receber valor maior no futuro.

Seja **PV** (valor presente ou principal) a quantia aplicada no momento inicial e **FV** (valor futuro ou montante) o total a ser obtido após certo tempo. Pode-se escrever:

$$FV - PV = R$$

Neste caso, **R** é o retorno absoluto, consistindo na diferença entre o aplicado e o recebido. Dividindo-se os dois lados da expressão pelo valor inicial (**PV**), chega-se ao retorno relativo ou percentual (**r**):

$$(FV - PV)/PV = r$$

A partir desta fórmula, pode ser estabelecida também a seguinte expressão:

$$FV = PV\,(1 + r)$$

Exemplo 1:

Um cliente aplicou $ 10.000,00 e obteve $ 10.415,00 após três meses. Assim:

R = 10.415,00 - 10.000,00, ou seja, R = 415,00.

Ao dividir-se por $ 10.000,00:

(10.415,00 – 10.000,00)/10.000,00 = 0,0415, ou seja, 4,15%.

Finalmente, também poderá ser estabelecido que:

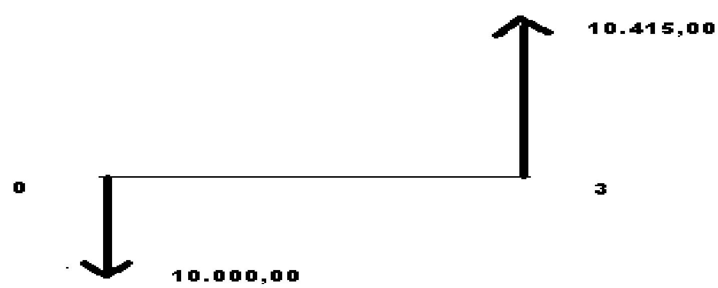
FV = 10.000,00(1 + 0,0415) ou .
FV = 10.415,00

2. GRÁFICO DE FLUXOS DE CAIXA

O investimento é visualizado pelo **gráfico de fluxos de caixa**, maneira simples de mostrar **saída** e **entrada** de capital. **Saída** é quando se aplica: seta para baixo; **entrada,** quando se recebe: seta para cima. As setas são desenhadas em um segmento de reta que começa em **0** e finaliza em **n**, o prazo da operação. Trata-se de figura esquemática, não sendo exigido rigor nas medidas:

Figura 1 - Gráfico de Fluxos de Caixa

Exemplo 2: representar graficamente o investimento do exemplo 1.



Como pode ser verificado, a aplicação de $ 10.000,00 foi representada por uma seta descendente e o montante por uma seta ascendente, maior que a da aplicação para simbolizar o acréscimo do retorno. O segmento começa em **0**, momento da aplicação e finaliza em **3**, ou seja, um trimestre.

3. INCERTEZA E RISCO FINANCEIRO

O futuro é uma surpresa, entretanto, algumas vezes, é aceitável avaliar-se a possibilidade da ocorrência de um acontecimento específico. A possibilidade é aferida por meio da **probabilidade** associada ao referido acontecimento, variando entre **0** (acontecimento inviável) e **1** (acontecimento certo). Entre esses extremos, muita coisa pode acontecer e, quando admissível a estimação da probabilidade, fala-se de situação sob **risco**; caso contrário, **incerteza**.

No campo dos investimentos, se o retorno da aplicação for garantido, a operação é considerada **certa**, portanto **isenta de risco**. Não havendo tal garantia, mas sendo avaliável a probabilidade de ocorrer o retorno, tratar-se-á de um investimento sob risco ou de risco. Assim, podendo acontecer ganho ou perda na operação, fala-se não mais em **valor futuro** (**FV**), mas **valor esperado** (**VE**).

As determinações das probabilidades associadas aos resultados de operações financeiras não são tarefas fáceis – nem perfeitas. Compreendem metodologias complexas e trabalhosas, opiniões de especialistas, comparações e, mesmo, crenças pessoais. Algumas ocasiões, os resultados podem ser obtidos, quando publicados em algum instrumento de mídia.

Exemplo 3:

Foi divulgado por uma instituição que estuda pagamentos efetuados por cheques que houve uma devolução correspondente a 2,5% por falta de fundos. Nesta situação, imagine-se uma empresa que tenha a receber um total de $ 358.715,18 em cheques. Levando-se em conta a situação referente aos pagamentos dessa modalidade, o **valor esperado** a ser recebido pela empresa seria calculado da seguinte forma:

$$\mathbf{VE} = (0{,}025)(0) + (0{,}975)(358.715{,}18) \text{ ou } \mathbf{VE} = 349.747{,}30.$$

A primeira parte corresponde ao produto da probabilidade 0,025 (2,5%) por zero – o que se recebe dos cheques sem fundos; a segunda, ao produto da probabilidade de 0,975 (97,5%) pelo total dos cheques. Observe-se que a soma das probabilidades é **1**. Generalizando:

$$\mathbf{VE = (V_1)(p_1) + (V_2)(1 - p_1)}$$

Cada elemento $\mathbf{V_1}$ ou $\mathbf{V_2}$ aparecendo multiplicado por sua respectiva probabilidade. Como a soma dessas é igual a **1**, ao invés de $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$, usa-se $\mathbf{1 - p_1}$.

4. CERTEZA, RISCO E INCERTEZA.

O exemplo 1 mostra uma operação cujo retorno é garantido, portanto uma condição de certeza.

O exemplo 3 indica uma condição risco, quando o valor a ser recebido poderia variar.

Para exemplificar a condição de incerteza, observe-se o gráfico abaixo mostrando as cotações do Dólar dos Estados Unidos em referência ao Real (**taxa de câmbio**), em alguns dias seguidos:

Figura 2 - Flutuações

As seguintes cotações foram representadas no gráfico: R$ 3,10; R$ 3,22; R$ 3,08; R 3,01; R$ 3,15 e R$ 3,05. Pode-se compreender, a partir dessas alterações de valores (**flutuações**) a dificuldade em prever qual a taxa do próximo dia. As flutuações das taxas também implicam nas flutuações dos **retornos**, calculados a partir das variações diárias. Os retornos poderão ser calculados com o uso da fórmula já apresentada no primeiro tema ou pela seguinte, aproximada:

$$\mathbf{r_n = Ln\ (V_n / V_{n-1})}$$

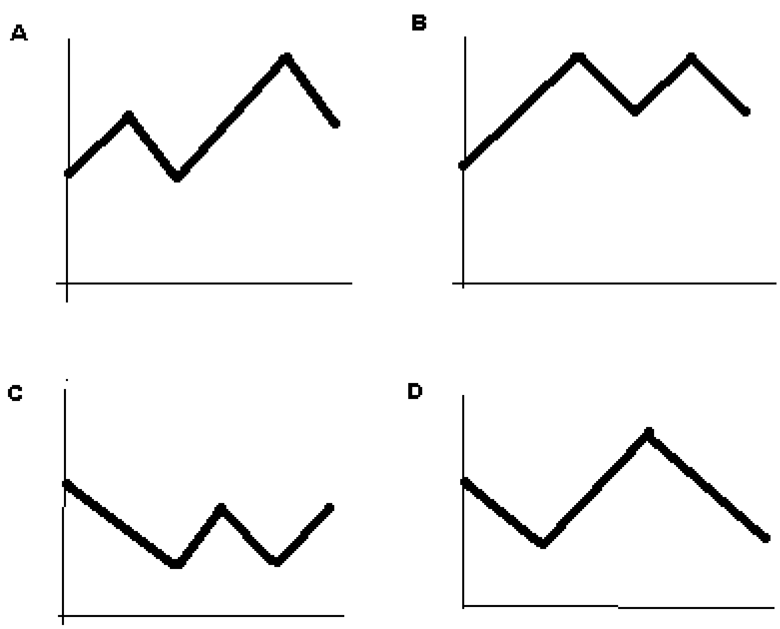
A partir desta fórmula serão obtidos: r_1 = Ln (3,22 / 3,10) ou r_1 = 3,80%. Calculando-se com a fórmula anterior: r_1 = (3,22 – 3,10)/(3,10) ou r_1 = 3,87%, aproximação razoável. Outros resultados obtidos: r_2 = - 4,45%; r_3 = - 2,30%; r_4 = 4,55% e r_5 = - 3,23%. Deve ser observado que os índices foram utilizados nos retornos para refletir a seqüência. Além disso, a abreviatura **Ln** corresponde ao Logaritmo Neperiano.

5. INCERTEZA: MODELAGEM BINOMIAL

Trata-se de procedimento simples de realizar simulação (com simplificações) do comportamento das operações financeiras sob incerteza: supondo-se um valor inicial, lança-se uma "honesta" moeda e, caso saia uma cara, adiciona-se certo valor; saindo coroa, subtrai-se o mesmo valor.

Exemplo 4:

Gráficos de simulações obtidas com um valor inicial 5 e adicionando-se ou subtraindo-se um ponto, caso ocorresse cara ou coroa, respectivamente (**processo estocástico**).



Acham-se representadas as seguintes seqüências:

A: 5, 6, 5, 6, 7 e 6.
B: 5, 6, 7, 6, 7 e 6.
C: 5, 4, 3, 4, 3 e 4.
D: 5, 4, 5, 6, 5 e 4.

6. MEDINDO A VOLATILIDADE

As alterações ou flutuações de valores recebem a designação de **volatilidade**. Dessa forma, quanto mais flutuações, maior será a volatilidade. Nesses casos, embora não se possa vislumbrar um resultado futuro, aprecia-se a volatilidade por meio do **desvio padrão**, um instrumento estatístico. A fórmula correspondente é exposta a seguir:

$$\mathbf{s = ((1/(n\text{-}1)) ((V_1 – V_m)^2 + ... + (V_n – V_m)^2))^{1/2}}$$

Na fórmula acima, **s** é o **desvio padrão** para uma amostra de valores, $\mathbf{V_1}$...$\mathbf{V_n}$ são os valores observados, $\mathbf{V_m}$ a média aritmética dos valores observados e **n** o número de valores.

Exemplo 5: calcular o **desvio padrão** da seqüência de valores **A** apresentada no exemplo 4.

Valores observados: 5, 6, 5, 6, 7 e 6 (portanto **n** = 6).

Cálculo da média aritmética: $\mathbf{V_m}$ = (1/6) (5 + 6 + 5 + 6 + 7 + 6) ou $\mathbf{V_m}$ = 5,83

Cálculo do **desvio padrão**:

$\mathbf{s} = ((1/5) ((5 – 5{,}83)^2 + (6 – 5{,}83)^2 + (5 – 5{,}83)^2 + (6 – 5{,}83)^2 + (7 – 5{,}83)^2 + (6 – 5{,}83)^2))^{1/2}$
$\mathbf{s} = ((1/5) ((- 0{,}83)^2 + (0{,}17)^2 + (- 0{,}83)^2 + (0{,}17)^2 + (1{,}17)^2 + (0{,}17)^2))^{1/2}$
$\mathbf{s} = ((1/5) (0{,}6889 + 0{,}0289 + 0{,}6889 + 0{,} 0289 + 1{,}3689 + 0{,}0289))^{1/2}$
$\mathbf{s} = ((1/5) (2{,}8334))^{1/2}$
$\mathbf{s} = (0{,}5667)^{1/2}$
s = 0,7528 ou 75,28%.

Felizmente, essa laboriosa tarefa poderá ser facilmente executada pelo uso de calculadoras ou de planilhas eletrônicas. Com tal apoio foram calculadas as **volatilidades** das seqüências **B**, **C** e **D** do mesmo exercício anterior. Resultados:

B: 0,7528; **C:** 0,7528 e **D:** 0,7528.

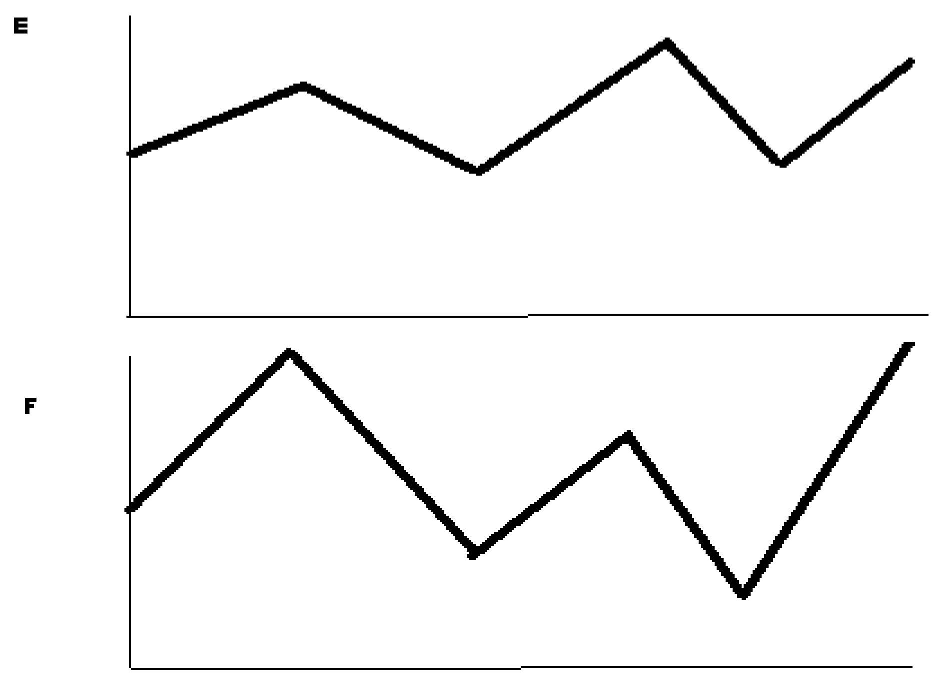
Não se deixe impressionar, houve intenção nesses resultados que serão usados mais adiante. Aproveitando a ocasião, a volatilidade da taxa de câmbio, com a variação apresentada no texto do tema 4 (**CERTEZA**, **RISCO E INCERTEZA**) é 0,0747 ou 7,47%.

7. COMPARANDO VOLATILIDADES

O cálculo do **desvio padrão** para aferir a **volatilidade** de um conjunto de valores não é um indicador a ser usado isoladamente. Torna-se necessário compara-la com as volatilidades de outros elementos para verificar qual o que apresenta maior **risco**. Pode-se também compara-la com a **volatilidade** de um certo elemento tomado como padrão ou referência que, neste caso, recebe a designação de **benchmark**.

Exemplo 6: comparação das volatilidades dos ativos a seguir:

Figura 4 - Comparação de Volatilidades



E: $ 10,00; $ 10.50; $ 9,80; $ 11,00; $ 10,10 e $ 10,90.
F: $ 10,00; $ 12,00; $ 9,00; $ 10,50; $ 7,80 e $ 14,00.

Calculando-se o **desvio padrão** para cada um deles, serão obtidos $\mathbf{s_E}$ = 0,50 e $\mathbf{s_F}$ = 2,20. Pode-se concluir que o segundo ativo é mais volátil que o primeiro, ou que apresenta maiores flutuações, portanto apresenta maior **risco**. Supondo-se outro ativo tomado como padrão (**benchmark)** com volatilidade de 1,20, poder-se-ia dizer que o primeiro ativo é **conservador**, ou seja, envolve menor risco; o segundo seria considerado **agressivo**, mostrando risco superior ao ativo de referência.

8. CORRELAÇÃO ENTRE ATIVOS CONTINGENTES

Além da comparação das **volatilidades** entre valores que expressam as variações dos ativos, estudam-se também os comportamentos relativos para que sejam verificadas as semelhanças ou divergências nessas variações. Para isso é usado outro instrumento estatístico que mede o grau de **correlação** entre dois conjuntos de valores: se os dois conjuntos mostrarem comportamentos totalmente semelhantes, a **correlação** é +1; sendo opostas, - 1 e, entre esses extremos, ocorrem os comportamentos intermediários. Para a determinar a **correlação** é usada a seguinte fórmula:

$$\mathbf{r = ((X_1 - X_M)(Y_1 - Y_M) + \ldots + (X_n - X_M)(Y_n - Y_M)) / (((X_1 - X_M)^2 + \ldots + (X_n - X_M)^2)((Y_1 - Y_M)^2 + \ldots + (Y_1 - Y_M)^2))^{1/2}}$$

Nessa fórmula, $\mathbf{X_1 \ldots X_n}$ e $\mathbf{Y_1 \ldots Y_n}$ são valores assumidos por **X** e Y; $\mathbf{X_M}$ e $\mathbf{Y_M}$, suas médias.

Exemplo 7: Achando a correlação entre os conjuntos de valores **A** e **B** do exemplo 4. Para facilitar será usada uma tabela.

A	B	$X_i - X_M$	$Y_i - Y_M$	$(X_i - X_M)(Y_i - Y_M)$	$(X_i - X_M)^2$	$(Y_i - Y_M)^2$
5	5	- 0,83	-1,17	0,97	0,69	1,37
6	6	0,17	- 0,17	- 0,03	0,03	0,03
5	7	- 0,83	0,83	- 0,69	0,69	0,69
6	6	0,17	- 0,17	- 0,03	0,03	0,03
7	7	1,17	0,83	0,97	1,37	0,69
6	6	0,17	- 0,17	- 0,03	0,03	0,03
X_M= 5,83	**Y_M=6,17**			**1,16**	**2,84**	**2,84**

Portanto, **r** = (1,16) ((2,84) (2,84))$^{1/2}$ ou **r** = 0,41. Isto também vale para **B** e **A.**

Achar uma **correlação** é simplificado pelo uso de calculadoras ou planilhas eletrônicas. Assim foram obtidas as **correlações** entre os outros conjuntos de valores do mesmo exemplo 4:

A, **C** ou **C**, **A**: - 0,41.
A, **D** ou **D**, **A**: - 0,06.
B, **C** ou **C**, **B**: - 1,00.
B, **D** ou **D**, **B**: + 0,06.
C, **D** ou **D, C**: - 0,06.