OS PROFESSORES E ARTE DE FORMULAR PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

Mônica Cerbella Freire Mandarino
Departamento de Didática
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNI-RIO)
mmandarino@unirio.br ou mmandarino@globo.com

1. Introdução

A crise no ensino da Matemática apesar de não ser nova parece ter tomado dimensões mais candentes a partir de seu reflexo nos diversos sistemas nacionais e internacionais de avaliação como o SAEB, o ENEM e o PISA implementados pelo INEP/MEC. Também recentemente, a formação de professores na área de Matemática passou a ser avaliada e sua precariedade refletida nos resultados do Provão dos formandos das licenciaturas na área.

Consciente da urgência de ações voltadas para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática, por iniciativa da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), um pool de Instituições de Ensino Superior – IMPA, PUC-Rio, UERJ, UFRJ e UFF – criou o projeto *Melhoria Do Ensino De Matemática Do Rio De Janeiro*, que conta com o apoio da FAPERJ. O projeto tem como base a docência e a pesquisa já que, a partir da oferta de um curso de aperfeiçoamento para professores em exercício no Rio de Janeiro, procuramos levantar questões de pesquisa que possam ajudar a compreender e planejar ações mais eficazes para a superação das condições precárias do ensino de Matemática na Escola Básica. Assim, este projeto se insere num esforço da academia e das sociedades científicas de levantar, de forma detalhada, pontos nodais na formação de professores de Matemática visando apresentar indicadores que ajudem a repensar tanto a formação inicial (currículos das licenciaturas) quanto a formação continuada de professores de Matemática.

Apresentamos neste trabalho os resultados de uma pesquisa desenvolvida na turma da PUC-Rio, com 40 professores de Matemática da Escola Básica. As atividades que serão analisadas e discutidas foram desenvolvidas na disciplina Análise Combinatória e Probabilidade, oferecida no primeiro trimestre do curso (2002). Como docente desta disciplina, ao mesmo tempo que levantava e analisava os dados, atuava para a superação das deficiências, carências e lacunas da formação daqueles profissionais. Assim, esta investigação se enquadra numa postura investigativa que alguns pesquisadores da área de Educação Matemática denominam metodologia colaborativa (Dario, entre outros).

2. A pesquisa

O tema desta pesquisa é a resolução de problemas como estratégia metodológica para o ensino e a aprendizagem de Matemática, uma das tendências pedagógicas mais consolidadas na área de Educação Matemática hoje em dia. No entanto, sabemos que a capacidade de trabalhar com esta metodologia depende, fundamentalmente, da competência dos professores de formular problemas contextualizados e adaptados a seus alunos e do reconhecimento de problemas genéricos[1]. Estas duas competências precisam caminhar juntas!

Considero que a compreensão de um conceito matemático passa por duas fases: em primeiro lugar, ele deveria ser utilizado como ferramenta em um contexto bem definido que ajuda a resolver um problema; em segundo lugar, após ter sido utilizado como ferramenta

[1] Estou considerando como problemas genéricos problemas tradicionais, muitas vezes apresentados de forma literal, e que podem ser considerados como exemplares de diversas aplicações contextualizadas.

contextualizada, ele precisa ser descontextualizado, e é nesta fase que os conceitos adquirem poder. O saber matemático abstrato e independente de um contexto é que lhe dá poder, e faz com que os conceitos possam ser utilizados em outros contextos, voltando a ser ferramenta. No entanto, não basta defender esta concepção de construção do saber matemático do ponto de vista metodológico, é preciso que os professores sejam capazes, matematicamente falando, de construir problemas eficazes e que sejam capazes de orientar o aluno nesta passagem, por vezes difícil, do contextualizado, do "concreto", para o abstrato, descontextualizado.

A partir destas preocupações é que decidi planejar uma estratégia que contribuísse para responder à seguinte questão de pesquisa:

Professores de Matemática da Escola Básica são capazes de reconhecer um problema genérico e, a partir dele, elaborar enunciados contextualizados, adaptados a seus alunos?

Esta estudo teve como delimitação de conteúdo a área de Análise Combinatória e Probabilidade, com a qual atuávamos, e se utilizou da metodologia de estudos de casos com um grupo específico de professores.

A questão e suas delimitações influenciaram todo o planejamento do curso e a metodologia utilizada nas aulas além, é claro, das atividades planejadas especificamente para a pesquisa cujos resultados vamos relatar neste trabalho.

2.1 As estratégias metodológicas utilizadas na disciplina

Por acreditar que através do exemplo podemos contribuir para garantir a construção das competências pedagógicas que desejamos investigar (competência de formular problemas e identificar características de problemas genéricos), utilizei a resolução de problemas como estratégia de ensino. Para embasar esta prática adotei como referencial teórico George Polya e algumas publicações de pesquisadores brasileiros que discutem e defendem a resolução de problemas como estratégia de ensino de Matemática (Dante, Pitombeira, Sztajn, por exemplo).

Assim, cada aula se iniciava a partir de uma situação-problema previamente selecionada de modo a gerar a necessidade de introdução dos conceitos e procedimentos planejados para serem tratados naquela aula.

A fonte e a forma de apresentação dos problemas utilizados variaram, propositalmente, de modo a evidenciar diferentes formas de se trabalhar com a metodologia de resolução de problemas. Assim, algumas aulas se iniciaram com apresentação de uma situação-problema dramatizada em vídeo[2], com um problema do livro adotado como livro-texto[3] da disciplina, com um problema do livro *O Diabo dos Números*[4], adotado como texto de leitura complementar, problemas elaborados por mim ou ainda elaborados pelos alunos. A seleção dos problemas também buscou atender à necessidade de enfocar problemas contextualizados e problemas genéricos e a passagem de um tipo para o outro. Buscamos sempre que os professores compreendessem:

- a necessidade de explorar um conceito matemático com uma abordagem concreta e aplicada;
- as características e conceitos generalizáveis, dissociadas de um contexto.

---

[2] Fundação Roberto Marinho, Vídeos do Telecurso2000 Matemática - 2º grau, volume 3, Aulas 48 a 55.
[3] MORGADO,A.C.O., CARVALHO,J.B.P., CARVALHO,P.C.P., FERNANDEZ,P. Análise combinatória e probabilidade. Rio de Janeiro: IMPA, 1991.

[4] ENZENSBERG, Hans Magnus. O diabo dos números. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.

2.2 O procedimento de pesquisa

Para investigar as competências de formulação de problemas e identificação de problemas genéricos, foram planejadas atividades na seqüência descrita a seguir.

1. Foram selecionados seis problemas cujos enunciados não continham qualquer preocupação com contextualização ou verossimilhança – problemas genéricos. Todos os problemas envolviam conceitos e procedimentos já estudados e foram selecionados das listas de exercícios do livro-texto da disciplina (Anexo1).
2. Os alunos resolveram os problemas individualmente em sala de aula.
3. Para cada um dos problemas um aluno voluntário foi ao quadro apresentar sua solução, justificando a estratégia eleita e cada passagem do processo de resolução.
4. Durante a correção os outros alunos participavam apresentando dúvidas, correções ou sugestões, com intervenções mediadas por mim, e novos voluntários, quando necessário, iam ao quadro apresentar outra solução.
5. Cada aluno deveria entregar na aula seguinte, após uma semana, já que nossos encontros eram semanais, novos enunciados para cada um dos seis problemas genéricos (Anexo1).
6. Os problemas elaborados pelos professores foram digitados e passaram por uma primeira análise para o planejamento da aula seguinte.
7. A listagem completa dos problemas criados pelos professores foi reproduzida para os alunos e, na aula seguinte, discutimos a associação dos problemas com o problema genérico e a qualidade dos mesmos. A discussão, que ocorreu 2 semanas após a primeira atividade, teve os seguintes focos:

- a contextualização do ponto de vista de possíveis alunos do Ensino Médio;
- a qualidade do enunciado: correção e adequação da linguagem;
- clareza: coerência e coesão;
- o oferecimento de todos os dados necessários;
- a associação com o problema gerador original e a possibilidade de resolução

3. Resultados

Como primeiro resultado destacamos que a maioria dos professores teve muita dificuldade com a elaboração dos problemas. As dificuldades foram de diversos tipos, no entanto, o depoimento dos cursistas se prendeu principalmente na dificuldade de encontrar situações verossímeis de aplicação daqueles problemas genéricos de Análise Combinatória. Segundo os próprios professores esta dificuldade se agravava quando eles tinham como referência de aplicação seus alunos e, conseqüentemente, a realidade sócio-cultural e a faixa etária dos mesmos.

Outro aspecto relacionado com a dificuldade encontrada pelos professores para criar problemas contextualizados, relatada na discussão, foi a falta de prática com esta experiência e a falta de bons exemplos nos livros didáticos. A maioria dos professores nunca havia experimentado criar problemas a partir das condições dadas e o hábito de buscar consultando livros didáticos não ajudou a realizar a tarefa.

Apesar de não querer entrar na discussão da questão da qualidade e da avaliação de livros didáticos do Ensino Médio, vale destacar que esta denúncia parece ser confirmada na pesquisa realizada pelo IMPA[5] (Lima, 2001) que analisou livros didáticos do Ensino Médio disponíveis no mercado.

Assim, nem todos os professores conseguiram cumprir a tarefa no prazo: apenas 19 do 40 professores entregaram uma lista de problemas na semana seguinte. Além disso, nem todos estes 19 professores apresentaram problemas relacionados com os seis problemas genéricos resolvidos em sala de aula.

A análise dos problemas evidenciou também dificuldade de identificar as características, conteúdos envolvidos e, portanto, estrutura de resolução dos problemas genéricos. Foram elaborados muitos enunciados de problemas que apesar de poderem estar numa listagem de problemas do mesmo capítulo de Análise Combinatória não exigiam os mesmos raciocínios e estratégias de resolução ou não tinham o mesmo nível de dificuldade.

O problema genérico para o qual mais professores apresentaram novos enunciados foi o problema 2 e o menos explorado foi o problema 3.

Passaremos a discutir, a seguir, os enunciados apresentados pelos professores para os dois primeiros problemas genéricos de nosso experimento.

3.1 Problema genérico 1

> 1ª questão (MORGADO, 1999, p.34, ex.30)
> Empregando dez consoantes e cinco vogais, calcule o número de palavras de seis letras que se podem formar sem usar consoantes nem vogais adjacentes:
> a) Se são permitidas repetições;
> b) Se não são permitidas repetições.

Este é um problema muito comum em livros didáticos do Ensino Médio, envolve permutações que usam elementos de dois conjuntos, com quantidade diferente de elementos, de forma alternada, e considerando a possibilidade ou não de repetição de elementos dos dois conjuntos.

Os conceitos, as estratégias de resolução e os procedimentos envolvidos neste problema são os que mais facilmente poderiam ser transferidos para situações contextualizadas, como podemos, inclusive, verificar nos problemas apresentados em livros didáticos para este conteúdo.

No entanto, a análise e a discussão dos enunciados propostos evidenciou, como já mencionado, que construir novos exemplos de aplicação para uma dada estratégia de resolução de problemas, trabalhada em sala de aula, não é uma tarefa habitual para este grupo de professores.

Foram apresentados 16 enunciados alternativos. A maioria (81%) dos enunciados criados pelos professores cursistas envolvia letras (como no enunciado original) ou números. 38% dos problemas formulados não continham preocupação com aplicação em situações reais.

A maioria dos que buscaram adaptar o problema genérico a uma aplicação contextualizada utilizou situações de construção de senhas. Apenas três problemas envolviam outras situações (reunião da ONU, placas de moto, itens de prova).

[5] LIMA, Elon Lages (editor). Exame de textos: análise de livros de matemática para o ensino médio. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

Alguns dos problemas formulados não atendiam à exigência de alternância dos elementos e os outros dois, como envolviam pessoas, não podiam explorar a permutação com repetição.

Alguns erros conceituais envolvendo outros conteúdos matemáticos foram evidenciados nos enunciados dos professores. Destaco a confusão conceitual entre algarismo, numeral e número, termos usados indistintamente, algumas vezes, num mesmo enunciado. Outro erro grave diz respeito à conceituação de números pares e ímpares que aparece confundida com os algarismos que, colocados na ordem das unidades, geram números pares ou ímpares. Além disso, dois professores consideraram existir mais do que 5 algarismos que geram números pares (ou ímpares).

3.2 Problema genérico 2

> 2ª questão (MORGADO, 1999, p.33, ex.17)
> a) Quantos são os anagramas da palavra CARAGUATATUBA?
> b) Quantos destes anagramas começam por vogal?

Este problema explora anagramas da palavra CARAGUATATUBA que possui 13 letras e letras que se repetem (A 5 vezes, U e T 2 vezes).

Este foi o único problema para o qual todos os 19 professores que realizaram a atividade apresentaram um novo enunciado. No entanto, foi grande a dificuldade de criar enunciados que se referissem a alguma situação real, ou pelo menos, uma situação que justificasse o fato de alguém contar anagramas.

A maioria dos professores (14 professores, 74%) construiu enunciados semelhantes ao proposto, mudando apenas a palavra CARAGUATATUBA por outra. No entanto, as palavras escolhidas, muitas vezes, não continham as mesmas dificuldades (palavras sem repetição de letras: DEUSA, HÁBITO, PADRE, VESTIBULAR, TEORIA; palavras com repetição de apenas uma das letras: LUXUOSA; LEONARDO).

Merece destaque que na discussão que ocorreu em sala de aula os professores demonstraram não reconhecer que a maioria dos problemas envolvendo anagramas são apenas construções didáticas de aplicação de um procedimento, sem qualquer utilidade prática.

Dois professores (A10 e A11) criaram problemas sem solução por falta de clareza e/ou falta de dados.

O professor A4 criou uma situação que evidencia preocupação de justificar o fato de alguém fazer anagramas.

O problema do professor A17 envolve descoberta de um número de telefone sabendo que é formado por dois algarismos que se repetem,

O professor A8 apresentou um problema relacionado com uma senha que contém repetição de algarismos mas faz confusão entre algarismo e número.

O professor A5 apresentou um problema de confecção de pulseira de pedras preciosas com repetições de 5 elementos. Este problema se associa mais diretamente com permutações circulares mas seu autor não havia observado este fato e afirmou que considerou apenas a pulseira aberta.

4. Considerações finais

É papel do professor ajudar o aluno a perceber as relações entre o conhecimento escolar e o mundo, que podem parecer óbvias para quem já as conhece. No entanto, os currículos das escolas costumam ficar presos a uma organização linear de conteúdos e a uma seleção e seqüenciação "didática" de problemas que começam por aqueles de aplicação imediata de uma fórmula ou técnica e que precisam "dar certo", coincidindo com modelos e padrões de resposta, com números que dispensam o uso de calculadoras. Desta forma, são apresentados problemas irreais. Os problemas reais não costumam ser discutidos por precisarem de um tipo de raciocínio menos linear, relacionando mais de um conteúdo ou conceito concomitantemente, usando números não exatos e contas mais trabalhosas.

Assim, ao fazer a transposição didática dos fenômenos da realidade para o currículo escolar, os professores criam uma nova realidade artificial que só existe dentro da escola e dificultam o acesso dos alunos ao mundo real.

Acredito que para uma aprendizagem verdadeiramente significativa é preciso, em primeiro lugar, que os alunos se interessem pelos conteúdos. Este interesse ocorre no momento em que o aluno é capaz de perceber o significado, o valor, a relevância social e a pertinência do que está aprendendo.

A partir destes pressupostos algumas observações resultantes das atividades e produtos desta pesquisa ainda merecem destaque.

Esta experiência demonstrou os riscos de implementação de proposta interdisciplinares como é o caso do trabalho por projetos. Hoje em dia a metodologia de projetos interdisciplinares e relacionados com problemas do cotidiano vem sendo defendida tanto em documentos oficiais do Ensino Médio quanto por pesquisadores da Educação. No entanto, detectamos uma grande dificuldade, deste grupo de professores, para criar problemas contextualizados, problemas que envolvam aplicação de conceitos de outras unidades do currículo, problemas aplicados a outras áreas de conhecimento. Destaco que aplicações envolvendo outras áreas do conhecimento não foram sequer tentadas pelo grupo de professores que participaram deste estudo.

Muitas das situações contextualizadas apresentadas pelos alunos/professores haviam sido apresentadas anteriormente em sala de aula, em especial nos vídeos do Telecurso 2000. Este fato evidencia a importância de ter exemplos daquilo que se pretende aprender a fazer.

Dificuldades de redação foram freqüentes. Algumas tão graves a ponto de tornar os problemas incompreensíveis. É preciso cuidar melhor da capacidade de redigir na formação de professores de Matemática. É preciso também cuidar da discussão de características básicas de enunciados de problemas para que os professores não sejam meros reprodutores do que os livros didáticos apresentam e possam se sentir livres para criar seus próprios problemas mais adaptados a situações relacionadas com sua turma e a comunidade onde cada escola se situa.

As dificuldades ocorridas na interpretação e elaboração de uma estratégia de resolução do problema genérico 3 me levaram questionar: será que as dificuldades apresentadas estavam relacionadas apenas aos conteúdos, externos à Análise Combinatória, que aquele problema exigia ou ocorreriam dificuldades sempre que conteúdos e conceitos de outras áreas da Matemática fossem necessários? Tentado responder a esta nova questão passei a utilizar outros problemas de Análise Combinatória que exigiam conhecimentos de geometria e álgebra. Foi possível verificar que todas as vezes que, num mesmo problema, conceitos de diferentes tópicos da Matemática eram necessários os professores apresentavam mais dificuldade. A dificuldade de estabelecer conexões de diferentes tópicos da própria matemática reforça a preocupação com a interdisciplinaridade. Os professores parecem abrir e fechar gavetas de conteúdos sem conseguir intercambiar conceitos.

Este estudo demonstra quão necessário é investir no desenvolvimento da competência de formular problemas e identificar aplicações da Matemática à situações reais durante a formação de professores. Os professores precisam acreditar que aprender é resolver problemas e, sendo assim, precisam saber formular e identificar problemas. Precisam se libertar das listas de exercícios apresentadas nos livros didáticos, muitas vezes de péssima qualidade.

Resolver problemas não é simplesmente aplicar uma fórmula tal para encontrar um resultado. Não é simplesmente memorizar e reproduzir um algoritmo, sem que se saiba muito bem por quê e para quê. Problematizar implica promover um ambiente de discussão, de troca de propostas, de experiências, de resultados, de busca conjunta. Esta prática implica em ser capaz de: identificar situações problematizáveis, formular questões e alimentar os alunos com informações, dados, procedimentos, que os auxiliem a resolver os problemas propostos.

7. Agradecimentos

Uma pesquisa nasce de uma inquietação de seu coordenador, mas a investigação, a análise, consolidação e redação dos resultados depende de muitas pessoas. Meus principais parceiros foram os professores da turma do curso de aperfeiçoamento da PUC-Rio. Estes professores participaram de todas as aulas, das etapas especialmente planejadas para esta pesquisa e das discussões com um envolvimento admirável. Sem eles, com a postura colaborativa que demonstraram, nada teria sido realizado.

Agradeço à professora Gilda de La Roque que, além de me convidar para atuar como docente do curso, realizou comigo uma primeira leitura crítica dos enunciados construídos pelos professores, incentivou e orientou a construção deste trabalho.

6. Referências bibliográficas

Fundação Roberto Marinho, Vídeos do Telecurso2000 Matemática - 2º grau, volume 3, Aulas 48 a 55.

MORGADO,A.C.O., CARVALHO,J.B.P., CARVALHO,P.C.P., FERNANDEZ,P. Análise combinatória e probabilidade. Rio de Janeiro: IMPA, 1991.

ENZENSBERG, Hans Magnus. O diabo dos números. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.

CARVALHO, J.P., SZTAJN, P. *As habilidades "básicas" em matemática*. Presença Pedagógica, 3(15), p.15-21, 1997.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. São Paulo: Interciência, 1978.

Anexo 1

Atividade 1

Resolva as questões organizando as soluções como se fosse enviá-las por escrito para um aluno a distância.

As soluções devem ser claras, organizadas hierarquicamente e acrescidas de comentários que justifiquem cada passo e estratégias de cálculo.

1ª questão (MORGADO, 1999, p.34, ex.30)

Empregando dez consoantes e cinco vogais, calcule o número de palavras de seis letras que se podem formar sem usar consoantes nem vogais adjacentes:

a) Se são permitidas repetições;
b) Se não são permitidas repetições.

2ª questão (MORGADO, 1999, p.33, ex.17)

a) Quantos são os anagramas da palavra CARAGUATATUBA?
b) Quantos destes anagramas começam por vogal?

3ª questão (MORGADO, 1999, p.34, ex.28)

O conjunto A possui n elementos

a) Determine o número de relações que podem ser construídas em A
b) Determine o número de relações reflexivas que podem ser construídas em A
c) Determine o número de relações simétricas que podem ser construídas em A

4ª questão (MORGADO, 1999, p.31, ex.11)

Quantos são os subconjuntos com $p \leq n$ elementos de $\{a_1, a_2, . . . ,a_n\}$ nos quais:

a) a_1 figura
b) a_1 não figura
c) a_1 e a_2 figuram
d) pelo menos um dos elementos a_1, a_2 figura
e) exatamente um dos elementos a_1, a_2 figura

5ª questão (MORGADO, 1999, p.38, ex.2)

Quantas são as permutações circulares de n elementos de modo que dois determinados desses elementos não fiquem juntos?

6ª questão (MORGADO, 1999, p.25, exemplo 2.11 e p.30, exemplo 2.15)

De quantos modos podemos subdividir um grupo de *n* elementos diferentes em dois subgrupos com a mesma quantidade de elementos?

Atividade 2

Discussão coletiva das soluções

Atividade 3 (para a próxima aula)

Para cada uma das questões apresentadas criar um outro problema com enunciado (uma "historinha") envolvendo uma temática verossímil, envolvendo os mesmos conceitos e estratégias de resolução das questões da Atividade 1.

Anexo 2

ENUNCIADOS CLASSIFICADOS POR PROBLEMA GENÉRICO ORIGINAL

Problema genérico 1
Empregando dez consoantes e cinco vogais, calcule o número de palavras de seis letras que se podem formar sem usar consoantes nem vogais adjacentes:
c) se são permitidas repetições;
d) se não são permitidas repetições.

Foram apresentados 16 enunciados

A4 – Para realização de uma reunião da ONU, sobre a paz no mundo, foram convidados seis líderes mundiais em eminente conflito (EUA, Iraque, Israel, Palestina, Índia e Paquistão) e cinco líderes de países engajados com a paz mundial (Brasil, Tibet, Canadá, Suíça e Japão). Calcule as possibilidades de entrada na sala de reunião de sete países empregando todos os 11 países e sem permitir que líderes de países em litígio sejam dispostos de forma consecutiva. (*não é permitida repetição*). [É PRECISO AVISAR?]

A5 – Um banco utiliza com seus clientes uma senha alfa-numérica, com 4 dígitos distintos e 3 letras também distintas, não havendo dois ou mais algarismos nem duas ou mais letras consecutivas. Usando os algarismos indo-arábicos e as letras do conjunto L = {B; C; J; K; L; M; N; Q; R; W}, quantos clientes esse banco poderá atender antes de ser obrigado a ampliar o número de senhas?

A6 – Quantos números pares de 5 algarismos podem ser formados:
a) permitindo-se repetição de algarismos;
b) sem repetição de algarismos.

A7 – No sistema decimal de numeração quantos números de quatro algarismos existem:
a) com repetição?
b) sem o algarismo 4?
c) sem repetição?
d) sem o algarismo 4 e sem repetição?

A8 – Ao abrir uma conta no banco o gerente informa ao cliente que ao chegar o cartão será preciso cadastrar uma senha de quatro dígitos. Para a composição da senha não é permitido que números pares e ímpares fiquem juntos. Quantas senhas é possível inventar se:
a) não for permitido repetição de algarismo;
b) for permitido repetir algarismos.

A9 – De quantas maneiras podem se sentar 4 rapazes e 4 moças, num banco de 8 lugares, de modo que não fiquem dois rapazes ou duas moças lado a lado:
a) quando são permitidas repetições; [COMO É POSSÍVEL REPETIR PESSOAS ?!?!]
b) quando não são permitidas repetições.

A10 – Quantas placas de motocicletas podem ser feitas sabendo-se que serão usadas duas letras do alfabeto (26 letras) e três algarismos (0 a 9), nesta ordem:
a) admitindo-se repetições;
b) não se admitindo repetição.

A11 – Fábio possui um computador. Após ligá-lo, para iniciar é preciso digitar uma senha com 4 letras e 3 algarismos. De quantas maneiras pode ser a senha de Fábio de modo que:
a) são permitidas repetições, iniciando com letras;
b) a senha começa por algarismo e não pode haver repetições;
c) a senha não possua letra ou algarismo adjacente.

A12 – Empregando 12 consoantes e 6 vogais para acessar o sistema de computadores, cada funcionário digita sua senha pessoal formada por 6 letras distintas do nosso alfabeto (que

possui 23 letras). Calcule o número de palavras de 8 letras que se podem formar sem usar consoante nem vogais adjacentes e:
a) se são repetidas repetições;
b) se não são permitidas repetições.

A13 – Quantos números poderemos formar, constituídos de 3 algarismos ímpares e 2 pares, com algarismos significativos diferentes? [CUIDADO!]

A13 – São dadas 8 consoantes e 5 vogais. Quantos agrupamentos podem ser formados contendo 2 consoantes e 3 vogais distintas?

A14 – O cofre de um banco é aberto somente quando é usada uma senha com 6 letras de um alfabeto de 23 letras, sendo que nesta senha não há duas vogais nem duas consoantes seguidas. Quantos tipos de senha é possível encontrar:
a) se são permitidas letras repetidas?
b) se não são permitidas letras repetidas?

A16 – Utilizando 8 algarismos pares [COMO É POSSÍVEL?] e 5 ímpares, quantos números podemos formar de 6 algarismos sem usar números pares e ímpares adjacentes:
a) com repetição?
b) sem repetição?

A17 – Uma prova de matemática consta de 6 questões de Álgebra e 4 de Geometria. Sabendo-se que a matéria da prova é composta por 10 tópicos de álgebra e 8 de geometria, de quantas formas a professora pode realizar a escolha dos tópicos se:
a) cada tópico só poderá aparecer no máximo em uma questão?
b) Cada tópico poderá aparecer em mais de uma questão?

A18 – Dentre 6 números pares e 6 números ímpares [NÚMEROS OU ALGARISMOS? COMO ISSO É POSSÍVE?], calcule a quantidade se linhas telefônicas que podemos formar, sabendo não podemos ter números pares nem números ímpares adjacentes [NÚMEROS OU ALGARISMOS?]:
a) se são permitidas repetições?
b) Se não são permitidas repetições?

A19 – Usando 5 vogais e 15 consoantes, qual é o número de palavras de 6 letras que se pode formar sem usar consoantes nem vogais adjacentes?

Problema genérico 2
c) Quantos são os anagramas da palavra CARAGUATATUBA?
d) Quantos destes anagramas começam por vogal?

Foram apresentados 19 enunciados

A1 – Com a palavra **DEUSA** podemos formar:
a) quantos anagramas?
b) quantos anagramas começando com a letra A?
c) quantos anagramas começando com vogal?

A2 – a) Qual é o numero de anagramas que podemos formar com as letras da palavra **URUGUAIANA**?
b) Quantos destes anagramas começam por vogal?

A3 – a) Quantos são os anagramas da palavra **ARITMÉTICA** ?
b) Quantos destes anagramas começam com a letra T?

A4 – Um grupo de meninas decidiu fazer uma homenagem ao cantor **LEONARDO** escrevendo apenas com as letras do nome do ídolo todas as palavras possíveis (anagramas) e depois remeter essa lista para ele (loucura de fã). Quantas destas formas (anagramas) começam com a letra L?

A5 – Um joalheiro vai montar um novo modelo de pulseira dispondo de: 1 fecho, 3 ametistas, 2 rubis, 1 esmeralda, 1 diamante e 8 elos de ouro. Quantas pulseiras diferentes poderá formar?

A6 – De quantos modos podem ser arrumadas as letras da palavra **VESTIBULAR** de forma que se mantenham juntas, nesta ordem, as letras VES.

A7 – Com a palavra **NECESSIDADE** determinar:

a) o número de anagramas possíveis;
b) o número de anagramas começados por consoante;

A8 – Paulo esqueceu o número de seu cofre. Neste momento, a única coisa que Paulo lembrava era que o código tinha 8 dígitos e que o algarismo 1 aparecia 4 vezes, o algarismo 5 aparecia 3 vezes e o número 2 uma única vez. Quantas tentativas de código Paulo poderá ter que experimentar no máximo para abrir seu cofre?

A9 – a) Quantos são os anagramas da palavra **LUXUOSA**?
b) Quantos destes anagramas começam por vogal?

A10 – João da Silva Nunes e Paulo de Souza Marques, proprietários da empresa João e Souza Ltda desejam etiquetar um lote de produção de 30.000 unidades. Se a etiqueta deve conter as iniciais dos dois proprietários e algarismos de 0 a 9, pergunta-se:

a) quantos caracteres numéricos (0 a 9), no mínimo, irão compor a etiqueta de modo que não se admita que estes se repitam?
b) quantos caracteres numéricos (0 a 9), no mínimo, irão compor a etiqueta se esta começa por JP ou por PJ, não se admitindo repetição dos algarismos?
[TODOS OS CÓDIGOS DEVEM CONTER A MESMA QUANTIDADE DE DÍGITOS? QUANTOS DÍGITOS TERÃO OS CÓDIGOS DAS ETIQUETAS? TODOS OS CÓDIGOS DEVEM CONTER TODAS AS INICIAIS DOS DOIS NOMES? ETC...]

A11 – Rose possui seis conjuntos de copos, todos iguais, três conjuntos são de cor azul e os outros de cor vermelha. De quantas maneiras os copos podem ser organizados se:
[UM CONJUNTO DE COPOS CONTÉM QUANTOS COPOS?]

a) todos os conjuntos
b) que o primeiro seja azul
c) que o primeiro conjunto seja vermelho

A12 – a) Quantos são os anagramas da palavra **PARALELOGRAMO** ?
b) Quantos destes anagramas começam por vogal?

A13 – Quantas são as permutações que podemos formar com as letras da palavra **HÁBITO** nas quais as vogais ocupam sempre os lugares de ordem par?

A14 – Em um jogo é sorteada uma palavra e vence aquele que conseguir montar mais "palavras" (anagramas) diferentes mexendo com todas as letras da palavra sorteada inicialmente. Numa partida foi sorteada a palavra **PARALELAMENTE**.

a) Quantas "palavras" diferentes é possível encontrar no máximo?
b) Quantas destas "palavras" começam por vogal?

A15 – Utilizando a palavra **PADRE**:

a) Quantos anagramas podemos formar?
b) Quantos destes anagramas começam por uma das 4 primeiras letras do alfabeto português?

A16 – Quantos anagramas podemos formar com a palavra **SENSIBILIDADE**?

A17 – Carolina esqueceu o número do telefone de sua amiga mas ela sabe que este número é formado por 4 algarismos iguais a 2 e três algarismos iguais a 6.

a) Qual o número máximo de tentativas que Carolina poderá ter que fazer até acertar o número do telefone de sua amiga?
b) E se Carolina tiver certeza de que o número começa com o algarismo 2?

A18 – Quantos são os anagramas da palavra **ITATIAIA**? Quantos começam por vogal?

A19 – Com relação à palavra TEORIA

a) Quantos anagramas existem?
b) Quantos começam por vogal?
c) Quantos anagramas começam por T e terminam com A?