

II Biental da SBM- Salvador – 24 29 DE Outubro de 2004.

Profa. Otilia T. Wiermann Paques–LEM/ IMECC/UNICAMP.

otilia@ime.unicamp.br

Atividades interdisciplinares – Biologia, Química e Matemática.

A Biologia é o ramo da ciência responsável pelo estudo dos seres vivos do ponto de vista químico até suas interações com o meio ambiente. A química, a física e a matemática são ciências que permeiam o estudo dos diferentes fenômenos biológicos, sem elas não é possível compreender a vida. O objetivo desta oficina ser mostrar alguns exemplos de fenômenos biológicos vistos com o auxílio da matemática.

Radioatividade.

A radioatividade é a emissão espontânea de partículas e/ou radiações de núcleos instáveis de átomos, dando origem a outros núcleos, que podem ser estáveis ou ainda instáveis. Caso o núcleo formado seja ainda instável ele continuará a emitir partículas e/ou radiações até se transformar em núcleo estável. A meia vida de um composto radiativo é o tempo depois do qual o número de núcleos desse elemento se reduz à metade inicial. As radiações emitidas pelos núcleos dos átomos radioativos são denominadas raios gama - onda eletromagnéticas com altíssima energia-localizadas entre os raios cósmicos e os raios X no espectro eletromagnético. As emissões gama são as que apresentam maior poder de penetração, atravessam até 20 cm de aço e até 5 cm de chumbo. São as principais responsáveis pelos efeitos biológicos das radiações. Produzem mutações no DNA com graves consequências genéticas podendo levar ao câncer ou ainda a má formação congênita. Por outro lado, em doses controladas são utilizadas em tratamentos radioterápicos, com objetivo de destruir células cancerosas.

O Carbono -14 é o elemento radioativo que existe na atmosfera e é absorvido pelos tecidos dos organismos vivos. Quando o organismo morre, o carbono -14 não é mais absorvido e a quantidade presente no organismo começa a decair.

A meia vida do carbono -14 é de cerca de 5.730 anos. Obtenha uma expressão que modele a quantidade $Q(t)$ em função do tempo, t , da quantidade de carbono-14 que permanece no organismo t anos depois da morte e da quantidade inicial I utilizando sua meia vida.

Problemas.

- 1) Um crânio descoberto numa escavação arqueológica tem 15% da quantidade de C-14 presente. Avalie sua idade.
- 2) Um quadro, supostamente pintado por Vermeer (1632-1675) contém 99,5% de seu carbono -14 . A partir desta informação decida se este quadro é falsificado.
- 3) Uma árvore fóssil é encontrada com $130 \mu\text{g}$ de C-14, e cientistas descobriram, a partir do seu tamanho que ela deveria ter $200 \mu\text{g}$ de Carbono-14 no tempo de sua morte. Determine aproximadamente quando ela morreu.

componentes radioativos do cigarro: destacamos o urânio, o polônio 210, o carbono 14, dentre outros sendo considerados substâncias cancerígenas. O teor dos elementos radioativos presentes no cigarro absorvido por um fumante médio (15 cigarros por dia), corresponde a uma quantidade equivalente a realização de 350 radiografias por ano, quase uma radiografia por dia durante o ano.

Um dos contaminantes principais de um acidente nuclear tal como o de Chernobyl, é o estrôncio -90 , que decai exponencialmente a uma taxa aproximadamente 2,5% ao ano. Avalie a meia vida do estrôncio-90. (observe que no tempo $t=0$, há 100% do contaminante presente). Estimativas preliminares depois do desastre de Chernobyl sugeriram que se passariam 100 anos antes que a região ficasse novamente segura para a habitação humana. Avalie a porcentagem do estrôncio-90 original restante a este tempo.

Uma agência de proteção ambiental investigou recentemente um vazamento de iodo radioativo. Medidas iniciais mostraram que o nível de radiação do ambiente no local era de cerca de 2,4 milirems/hora (quatro vezes o limite aceitável de 0,6 milirems/hora). Assim a agência ordenou uma evacuação da área circundante. O nível de radiação de uma fonte de iodo decai a uma taxa contínua horária de $-0,004$.

- a) qual o nível de radiação após 24 horas ?

- b) avalie o número de horas até que o nível de radiação atinja o limite máximo aceitável, de modo que o habitantes possam retornar.

Camada de Ozônio.

Existem duas variedades alotrópicas do oxigênio, ou seja, o elemento oxigênio pode formar duas substâncias simples diferentes. Uma delas é o oxigênio comum e a outra é o ozônio. As duas são formadas pelos mesmos átomos, cujo número atômico é igual a 8. No oxigênio comum, os átomos ligam-se dois a dois, formando o O_2 . No ozônio, os átomos ligam-se três a três, formando o O_3 . Na atmosfera superior, há uma camada espessa de ozônio (cerca de 30 km da Terra). Sem esta camada protetora, os seres vivos estarão expostos a fortes doses de radiação ultravioleta capaz de entre outros efeitos, causar câncer de pele, catarata e também destruindo o vegetais. Nos últimos anos, têm sido detectados buracos na camada de ozônio, o que é preocupante. Este buracos devem-se à destruição do ozônio, causadas principalmente por – produtos dos jatos emanados dos motores de aviões supersônicos, - compostos clorofluorcarbono (CFC) usados em motores de geladeiras, aparelhos de ar condicionados e em sprays, - óxidos de nitrogênio, lançados na atmosfera pelo escapamento dos veículos motorizados.

No Brasil, muitas cidades apresentam índice grande de incidência dos raios ultravioleta. (na escala de 1 a 16 o índice de radiação em Natal, ao meio dia, tem chegado a 11. (Folha de São Paulo, 27/11/00).

Problema:

Atualmente a quantidade Q de ozônio, em função do tempo t , está decaindo exponencialmente a uma taxa contínua de 0,25% ao ano. Qual é a meia vida do ozônio? Em outras palavras, a esta taxa, quanto tempo levar para que a metade do ozônio desapareça?

Metabolização de drogas.

Vamos iniciar com um problema bem simples: uma pessoa está ingerindo uma droga com uma dose fixa em períodos fixos. Vamos assumir que logo depois de ter sido ingerida a droga, ela é completamente absorvida pelo sangue. Então os rins removem esta droga da corrente sanguínea. Por exemplo, vamos supor que esta pessoa toma 60 mg de uma droga a cada 6 horas. Durante o primeiro período de 6 horas a pessoa toma 60 mg, retém 40% da droga e fica com 24 mg. Daí ela toma outras 60 mg para um total de 84 mg no começo do segundo período de 6 horas. Durante o segundo período de 6 horas, ela ainda retém 40% e toma outras 60 mg para um total de 93,6 mg depois de 3 doses ou 12 horas. Quanto de droga irá ter em seu corpo depois de 9 doses? Utilize a calculadora. Você vai verificar que a partir da décima oitava dose, a quantidade de droga no corpo permanece constante e igual a aproximadamente 100 mg. Esta quantidade limite é chamada de nível de manutenção para a droga, e significa que a droga alcança o nível máximo no corpo.

Encontre a sequência que modela este problema e encontre algebricamente o nível de manutenção.

Problemas:

- 1) a aspirina é removida à razão de 50% a cada meia hora. Dizemos então que a meia vida da aspirina é de meia hora. Suponha que você tome um comprimido de aspirina de 325 mg a cada 4 horas num dia. Quanto de aspirina você terá no seu organismo depois de 24 horas? (isto é justamente depois de você ingerir a sexta dose). Qual o nível de manutenção da aspirina?
- 2) Uma pesquisa determinou que existem 7000 peixes num lago. O departamento de pesca decidiu permitir que os pescadores pesquem 20% de peixes do lago cada ano. Planeja-se colocar 1000 novos peixes todo ano no lago. Quantos peixes terão no lago em 10 anos? Qual é o valor limite de peixes no lago? Suponha que depois do quinto ano, existiu um problema no lago e metade dos peixes morreram. Assim quanto peixes existirão depois de 10 anos?
- 3) Suponha que o cloro é adicionado numa piscina a razão de 2 pounds por semana. 40% disto é removido cada semana por evaporação e filtros. Qual é o nível de manutenção do cloro na piscina?

Eliminação de uma droga pelo corpo.

Quando se dá um medicamento a uma pessoa, a droga entra na corrente sanguínea. Ao passar pelo fígado e rins é metabolizada e eliminada a uma taxa que depende da particular droga. Para o antibiótico ampicilina aproximadamente 40% da droga é eliminada a cada hora. Uma dose típica de ampicilina é de 250 mg. Seja $Q(t)$ a quantidade de ampicilina em mg, na corrente sanguínea, no tempo t horas, desde que a droga foi dada

Em $t = 0$, temos $Q = 250$. Encontre uma função exponencial decrescente que expresse $Q(t)$. Encontre a meia vida da ampicilina no corpo.

Problemas :

1) A meia vida da nicotina no sangue é de cerca de duas horas. Uma pessoa absorve cerca de 0,4 mg de nicotina em sua corrente sanguínea ao fumar um cigarro típico.. Preencha a tabela seguinte com a quantidade de nicotina que ficou no sangue depois de t horas. Avalie o intervalo de tempo até que a quantidade de nicotina se reduza a 0,04 mg.

T (horas)	0	2	4	6	8	10
Nicotina Mg	0,4					

2) Uma xícara de café contem cerca de 100 mg de cafeína. A meia vida da cafeína no corpo é de cerca de 5 horas., o que significa que a cafeína decai a uma taxa de cerca de 16% a hora.

a) escreva uma fórmula para a quantidade de cafeína C no corpo como função do número de horas t , desde que o café foi tomado.

b) Quanto de cafeína permanece no corpo depois de 2 horas?

c) Quanto tempo levará até que o nível de cafeína no corpo atinja 20 mg.

d) Confirma que a meia vida de uma substancia que decai a uma taxa de 16 % por hora é de cerca de 5 horas.

3) Mulheres grávidas metabolizam algumas drogas a uma taxa menor que o resto da população. Em mulheres grávidas , a meia vida da cafeína é de 10 horas (isto é importante, porque como a cafeína, como todas as drogas psicoativas , é nociva para o feto). Se uma mulher grávida e seu marido tomam cada um uma xícara de café, contendo 100 mg de cafeína às 8 horas da manhã, quanto de cafeína restará no corpo de cada um a 22 horas?

4) O antidepressivo fluoxetina (conhecido por Prozac), tem uma meia vida de cerca de 3 horas. Qual porcentagem de uma dose restará no corpo depois de um dia? Depois de uma semana?

Medidas do corpo.

Problemas :

1) a massa do coração de um mamífero é proporcional à massa de seu corpo.

a) escreva uma fórmula para a massa do coração H , como função da massa do corpo B , b) um humano com massa de corpo de 70 quilos tem massa de coração de 0,42 quilo. Use esta informação para achar constante de proporcionalidade. c) avalie a massa do coração de um cavalo, como massa de corpo de 650 kg.

2) a área de superfície de um mamífero, S , satisfaz à equação $S = k M^{2/3}$, onde M é a massa do corpo, e constante de proporcionalidade, k , depende da forma do corpo do mamífero. Um humano de massa de corpo de 70 quilos tem área de superfície de 18.600 cm^2 . Ache a constante de proporcionalidade para os humanos. Ache a área de superfície de um humano com massa de 60 quilos.

3) Em fisiologia, a fórmula de DuBois relaciona a área de superfície de uma pessoa, S , em m^2 , ao peso w em kg, e à altura h , em cm, por $S = 0,01 w^{0,25} h^{0,75}$. a) qual a área de superfície de uma pessoa que pesa 60 kg e tem 160 cm de altura? b) qual é o peso de uma pessoa cuja altura é 180 cm e que tem uma área de superfície de $1,5 \text{ m}^2$?

4) A massa de sangue de um mamífero é proporcional à massa do corpo. Um rinoceronte com massa de corpo de 3000 quilos tem massa de sangue de 150 litros. Ache uma fórmula para a massa de sangue de um mamífero como função da massa do corpo e avalie a massa de sangue de um humano com massa de corpo de 70 quilos.

Concentração de drogas

Nicotina no sangue. Quando uma pessoa fuma um cigarro, a nicotina do cigarro penetra no seu corpo através dos pulmões, é absorvida no sangue e se espalha pelo corpo. A maior parte dos cigarros contem entre 0,5 e 2,0 mg de nicotina; aproximadamente 20% (entre 0,1 e 0,4 mg) é de fato inalada e absorvida pela corrente sanguínea. À medida que a nicotina deixa o sangue, o fumante sente a necessidade de outro cigarro. A mei

vida da nicotina no sangue é de cerca de duas horas. Considera-se que a dose letal é de 60 mg. (quanto cigarros?).

O nível da nicotina no sangue sobe quando a pessoa fuma e vai se extinguindo quando ela para de fumar. A tabela abaixo mostra a concentração de nicotina no sangue em mg/ml, durante e após o uso do cigarro (o ato de fumar ocorreu durante os 10 primeiros minutos e os dados experimentais mostrados representam valores médios para 10 pessoas). Os pontos da tabela estão marcados na figura abaixo. As funções que modelam estes gráficos de dispersão são do tipo $y = c + at e^{-bt}$, onde a, b e c são constantes positivas.

t min	0	5	10	15	20	25	30	45	60	75	90	105	120
C ng/ml	4	12	17	14	13	12	11	9	8	7.5	7	6.5	6

ng = 10^{-9} g.

O método de administração de uma droga pode ter influência forte sobre a curva de concentração da droga.

A cocaína é uma droga ilícita-- Pode ser absorvida pelas membranas mucosas, via intranasal (aspiração nasal), ou mucosa bucal, porém com velocidade de absorção influenciada pela atividade vasoconstritora da droga .A concentração máxima ocorre entre 35 e 120 minutos. A via respiratória , pode ser equivalente à via intravenosa no que se refere à velocidade de absorção, pico de concentração plasmática, duração e intensidade dos efeitos. Após uma dose intravenosa de cocaína marcada em ratos observou-se as mais elevadas concentrações no cérebro, baço, rim e pulmão, em um intervalo de 15 minutos. A meia vida é de aproximadamente 40min para as vias respiratória e intravenosa e de 50 a 70 min para a via intranasal, considerando-se a administração de doses equivalentes.

Efeitos observados: anorexia, excitabilidade, inquietude, loquacidade, mudanças bruscas de pressão sanguínea, aumento do ritmo cardíaco e respiratório, ansiedade, náuseas, tremores e convulsões. A longo prazo, causa psicose, pânico, depressão. O usuário pode apresentar hipertemia, e hipertensão.

Bibliografia :

Introdução à Matemática para biocientistas – E.Batschelet- Editora da USP- 1978.

Cálculo e Aplicações – D.Hughes-Hallett, et al. Ed. Edgard Blucher- 1999.

Drogas e Prevenção – A cena e a reflexão – A.L.F.Cavaliere, A.C.Egypto- Ed. Saraiva – 2002.

Functions Modeling Change: A preparation for calculus- Conally, Hughes-Hallett, et al-

Física para ciências biológicas e biomédicas- Eunico Okuno, I.Caldas, C.Chow- Ed.Harbra.