

OFICINA “ESTATÍSTICA PARA TODOS”

Profa. Lisbeth K. Cordani CEUN IMT SP

lisbeth@maua.br

INTRODUÇÃO

Uma das ferramentas mais utilizadas hoje em dia em todas as áreas do conhecimento é a Estatística, que descreve os dados observados e desenvolve metodologia para tomada de decisão em presença da incerteza. O verbete *Estatística* foi introduzido no século XVIII, com origem na palavra latina *status* (Estado), e serviu inicialmente a objetivos ligados à organização político-social, como o fornecimento de dados ao sistema de poder vigente, provavelmente para cobrança de impostos e registros de nascimento e morte.

Hoje em dia a metodologia estatística é utilizada em diferentes contextos, como testes ligados ao desempenho escolar, financeiros, controle de qualidade, doenças, taxas populacionais, *data* desenvolvimento, índices de fenômenos da natureza etc.



pesquisas eleitorais, estudos análises de crescimento de *mining*, índices de desemprego, modelagem de

Por razões históricas, todo o crescimento da área não foi acompanhado da inserção dos elementos básicos de Estatística no currículo escolar (pré-universitário), o que foi um fator decisivo para o despreparo de nossos alunos e professores em relação ao tema. Podemos mesmo dizer que o despreparo é da população como um todo, pois somente os que alcançaram a Universidade (e sabemos a ínfima parcela da população aí incluída) é que tiveram os elementos básicos (ou mais avançados, conforme o caso) da área.

No entanto este quadro tende a mudar, uma vez que os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) editados pelo MEC indicam como objetivos do ensino fundamental que os alunos devem ser capazes de (dentre outras)

- *utilizar diferentes linguagens para produzir, expressar, comunicar idéias bem como interpretar e usufruir das produções culturais disponíveis*
- *saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimento*
- *questionar a realidade, desenvolvendo capacidade de análise crítica*
- *realizar projetos interdisciplinares, sob orientação, sendo capaz de quantificar (quando for o caso) os aspectos envolvidos e de usar os procedimentos adequados para uma análise adequada do fenômeno em estudo.*

Como complemento, o documento básico do ENEM (para o ensino médio) coloca que entre as competências que os alunos devem desenvolver está a de selecionar, organizar, relacionar e interpretar dados, informações e conceitos necessários para defender sua perspectiva em determinada situação.

Vemos portanto a preocupação de incluir no cotidiano escolar, de modo explícito, uma seleção de tópicos de probabilidade e estatística. Esta introdução, mais precoce do que é feito em geral hoje em dia em nossas escolas, será um avanço para o desenvolvimento do aluno e, em última instância, para o desenvolvimento completo da cidadania.

Além disso, o conhecimento de elementos de probabilidade e estatística por parte dos alunos facilitará a realização dos trabalhos interdisciplinares e os professores serão os facilitadores deste desenvolvimento.

Há muitas maneiras de se introduzir o tema no ambiente escolar. Na seqüência desenvolveremos algumas atividades que tratam de três aspectos básicos da estatística: probabilidade, estimação e análise de dados, que podem ser realizadas em qualquer ordem pelos professores com seus alunos do ensino básico. São todas atividades simples, ligadas ao cotidiano dos alunos, fáceis de serem reproduzidas em sala de aula, sem formalismos técnicos. O professor, conhecedor do nível de sua classe, poderá usar a atividade como está ou adaptá-la para obter mais resultado.

Antes das atividades propriamente ditas, gostaria de apresentar uma sentença matemática, uma sentença probabilística e uma sentença estatística, e compará-las no sentido da possibilidade de dizer se são falsas ou verdadeiras.

Sentença Matemática (SM):

**Todos os números primos
são ímpares**

Sentença Probabilística(SP):

**A probabilidade de se obter duas
caras em dois lançamentos de uma
moeda honesta é $\frac{1}{4}$.**

Sentença Estatística(SE):

**Joguei uma moeda duas vezes e deu
duas caras; logo posso concluir que
a moeda não é honesta.**

Vamos analisar as três sentenças no sentido Verdadeiro/Falso.
Começemos pela Sentença Matemática sobre os números primos.

Verifica-se facilmente que a **Sentença Matemática é Falsa**, pois basta um único contra-exemplo para que ela não possa ser considerada verdadeira. Qual é o contra-exemplo? A resposta é imediata: o número 2 é primo e é par. Logo, SM é Falsa! Não paira nenhuma dúvida sobre a falsidade dessa sentença.

Quanto à Sentença Probabilística, é possível saber se ela é verdadeira ou falsa fazendo uma operação matemática conveniente, isto é,

se a probabilidade de sair Cara for $\frac{1}{2}$ para uma moeda honesta * e se os lançamentos forem *independentes* um do outro então a probabilidade de saírem duas Caras é

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

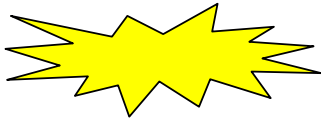
Então **SP é Verdadeira** e não há nenhum risco em tomar esta decisão.

E para o caso da Sentença Estatística? É interessante aqui o professor fazer uma pausa, para perguntar a opinião dos seus alunos e discutir com eles as diferentes opiniões apresentadas.

*. Foi usado por duas vezes o termo "honesto" para a moeda – isto quer dizer que, em cada lançamento, a chance de sair cara é a mesma de sair coroa, ou seja, é $\frac{1}{2}$.

Provavelmente, muitos deles perceberão que neste caso **não se pode dizer com certeza** se a sentença é falsa ou verdadeira. Se disser que a SE é Falsa, posso tanto estar certa como estar enganada. O mesmo vale para o caso de se dizer que é Verdadeira. Para cada resposta que se dê, corre-se um risco de errar.

Quantas vezes terei que jogar a moeda para não correr risco nenhum? Não existe esta possibilidade, ou seja, não há como não correr riscos! O que se pode dizer é que o risco vai diminuindo à medida que vou jogando mais vezes a moeda – mas ele nunca será zero. Ou seja, em Estatística, as conclusões são sempre tomadas com um certo risco, o qual é quantificado com o auxílio da Teoria das Probabilidades.



ATIVIDADE 1- PROBABILIDADE

O raciocínio estatístico é uma forma de pensar e, quando associado à probabilidade, permite a investigação de certos padrões de regularidade e o cálculo dos riscos associados à tomada de decisão.

A área de probabilidade começou a ser desenvolvida no século XVII antes ainda da formalização da área da Estatística, em questões propostas em jogos de *azar*. No entanto é fácil perceber que o termo já está arraigado no senso comum, pois as pessoas vivem o cotidiano calculando *tacitamente* algumas probabilidades: desde situações de sua vida pessoal - organizando-se em relações a horários a cumprir, levando em conta as circunstâncias do tráfego, agasalhando-se ao sair de casa se a previsão do tempo indicar uma frente fria, em suma, prevenindo-se em situações de risco.

Como definir Probabilidade? Podemos dizer que

Probabilidade é uma medida que quantifica a sua incerteza frente a um possível acontecimento futuro.

Há várias maneiras de se medir a incerteza: **método clássico**, **método freqüentista** e **método subjetivo**. O primeiro é o mais conhecido, e relaciona eventos favoráveis com eventos possíveis.

O último é baseado na opinião de quem julga um fato. A atividade que será proposta a seguir trabalhará com a **definição freqüentista** da probabilidade.

Situação: Peguem uma moeda do próprio bolso (ou bolsa) – olhem bem e digam se é “honesta” ou não! Como você poderia sugerir caminhos para buscar esta resposta?

.....
.....
.....

Vamos aqui propor uma abordagem ao problema:

Passo 1 – Agrupem-se 2 a 2 e peguem uma moeda – chamem o valor numérico da moeda de COROA (\bar{C}) e a outra face de CARA (C). Suponham que haja interesse em saber se a sua moeda é “honesta” (isto significa saber se a probabilidade de CARA de sua moeda é $\frac{1}{2}$ ou, em termos percentuais, se a probabilidade de sair Cara é 50%).



Passo 2 – Um membro do grupo vai lançar a moeda e o outro vai marcar os resultados na planilha anexa, seguindo as seguintes instruções:

- a) Jogar a moeda uma vez e anotar C ou \bar{C} no espaço adequado (linha 2) da planilha).
- b) Repetir este procedimento 30 vezes, preenchendo um a um os espaços da linha 2).

Passo 3 – Trocar de lugar com o parceiro, voltar para os itens a) e b) das instruções e continuar mais 30 jogadas – até perfazer 60.

Passo 4 – Voltar ao primeiro da dupla e seguir a continuação das instruções:

- c) Depois do registro na linha 2) de todos os resultados como C ou \bar{C} , passar para a linha 3): chamar CARA de 1 e COROA de 0 e colocar estes valores na planilha, abaixo de cada resultado já obtido na linha 2). Cada membro do grupo deve fazer metade – um faz a linha de cima e o outro a linha de baixo.
- d) Agora a linha 4) da planilha deve ser preenchida – em cada posição deve ser colocado o número acumulado de CARAS, até aquela jogada (verifique que a jogada está explicitada na linha 1- que é a linha **n**). Discutir com outro membro do grupo para ver se

está claro – se não, pergunte! A linha de baixo é continuação do acumulado da linha de cima.

- e) Finalmente chegamos à última linha – linha 5): colocar a frequência relativa (m/n) de CARAS em cada momento – o que é isto? Discuta com o outro membro do grupo (desprezar as entradas assinaladas com X).

Passo 5 – depois de completar a planilha, construir a seguinte tabela, usando as linhas 4) e 5) da planilha:

n	m/n
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

n	m/n
10	
20	
30	
40	
50	
60	

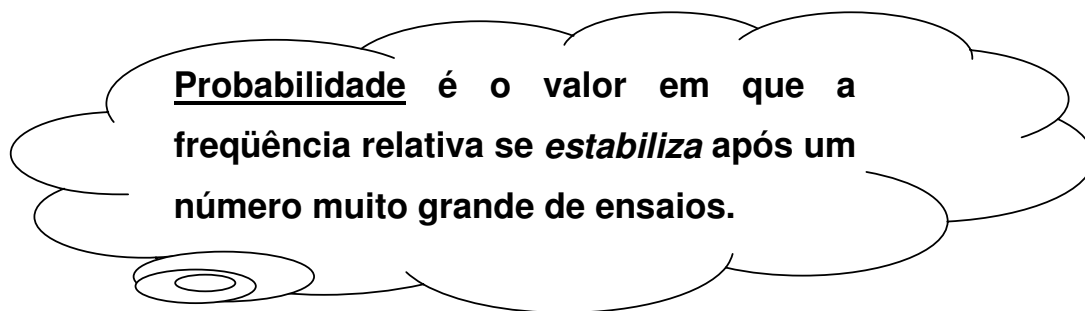
Passo 6 – Completar o gráfico anexo, usando os valores da tabela recém construída, do seguinte modo:

ordenada → valores m/n abscissa → valores da linha n

Passo 7 – Comparar os resultados com os colegas

Passo 8 – Interpretar o resultado, comentando sobre a “*honestidade*” da sua moeda.

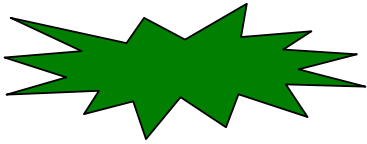
Conclusão: Com isto chegamos a uma possível “definição freqüentista” de probabilidade (que está ligada com a **noção de limite**), ou seja,



Probabilidade é o valor em que a freqüência relativa se *estabiliza* após um número muito grande de ensaios.

Aqui podem ser exploradas, se o professor achar conveniente, as demais definições de probabilidade mencionadas no início.

Obs. Planilha e Gráfico anexos.



ATIVIDADE 2 - ESTIMAÇÃO

Em Estatística há alguns procedimentos que permitem estimar o tamanho de populações. Por exemplo: quantos peixes há no Lagoa Rodrigo de Freitas, no Rio de Janeiro? Ou no lago mais próximo de sua casa? Já no século XVIII Laplace procurou desenvolver metodologia para estimar o tamanho de populações. Provavelmente Petersen foi o primeiro que no final do século XIX, querendo estimar o número de peixes do Mar Báltico, desenvolveu o método que iremos analisar nesta Atividade.

Proponho uma discussão com os alunos para iniciar o tema – o professor verá que muitas idéias aparecerão. Em seguida a atividade proposta terá as seguintes etapas:

1. Será apresentada ao grupo uma população de “peixes” (em cartões, fichas ou bolinhas) para que a quantidade seja estimada. Para efeitos do exercício, esta população estará confinada (numa caixa ou pacote), mas discute-se com eles que este não é o caso normal – geralmente ela está dispersa e não se pode aglutinar os elementos facilmente (se não, seria somente um exercício de contagem). Pede-se a cada aluno que escreva em um pedaço de papel a sua estimativa para o número de “peixes” apresentados – tem que ser uma estimativa feita de longe, com a mera visualização da caixa ou pacote; recolher as estimativas para depois verificar quem chegou mais perto do verdadeiro valor;
2. pedir que cada aluno retire do pacote um elemento e que fique com ele por enquanto; o professor vai andando de aluno a aluno até completar todos os alunos da classe.
3. isto significa que a classe retirou uma amostra da população – esta amostra tem o mesmo número de elementos da classe – vamos dizer que sejam 30 alunos;

então temos uma amostra de 30 elementos da população cujo tamanho queremos estimar; pedir que cada aluno faça uma marca no seu elemento (seria como marcar um peixe) - o professor levará material que favorecerá a marcação e esta prática pode ser discutida entre os alunos; podemos dizer aos alunos que esta técnica está no estágio da

Obs. pedir que os alunos devolvam as suas peças marcadas ao pacote;

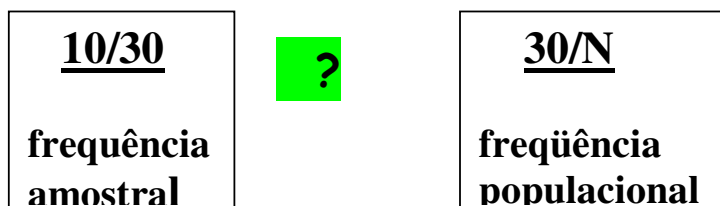
4. Depois de suficientemente misturadas às demais, novamente os alunos são chamados a retirar uma peça do pacote – isto significa que temos uma nova amostra, ou seja, teremos 30 elementos retirados, provavelmente com alguns marcados e outros não marcados; aqui podemos dizer aos alunos que eles estão na fase de

recaptura;

5. Algum aluno vai à lousa e pede que os alunos que tiraram elementos marcados levantem a mão – o número é então registrado e pode ser feita a razão entre o número de marcados e o número de elementos retirados; esta razão dará a frequência amostral de marcados; supondo que este número tenha sido 10, a frequência amostral será $10/30$;

6. Pergunte se alguém pode sugerir qual a frequência populacional de marcados – isto poderá gerar uma boa discussão, até uma resposta plausível, que seria o número de marcados (no caso 30) sobre o tamanho desconhecido da população (o qual poderíamos chamar de N) → $30/N$;

7. Peça a alguém para escrever na lousa este outro quociente e peça sugestões para “descobrir” o valor de N ; teremos então na lousa dois quocientes



e, dependendo da turma é possível sugerir igualar estes quocientes para que se descubra o valor desconhecido de N – aqui o trabalho prévio com frações é desejável;

8. Se for possível, seria interessante repetir o procedimento mais vezes e deixar disponível uma planilha na classe para que as diferentes estimativas de N sejam apresentadas;

9. Repetir com diferentes tamanhos de amostra pode mostrar aos alunos a importância do tamanho da amostra na “variabilidade” da estimativa;

10. em seguida todo o pacote é apresentado aos alunos para que eles mesmo contem os elementos da população – a melhor estimativa inicial é premiada e deve ser feita uma discussão dos resultados obtidos com o processo de **“captura-recaptura”** para estimação do tamanho populacional.

Neste exemplo vimos como explorar conceitos como população, amostra, estimativa, variabilidade, tamanho de amostra, etc...A participação real dos alunos auxilia a aprendizagem.

Descrevam com suas palavras os passos desta atividade:

Passo 1	
Passo 2	
Passo 3	
Passo 4	
Passo 5	
Passo 6	

ESTIMAÇÃO - CAPTURA / RECAPTURA

Experimento	Captura (amostra)	Recaptura (nova amostra)	Marcados na recaptura	Equação	Estimativa de N
1					
2					
3					
4					

Recapitulando o processo:

- 1 – Quantos “peixes” o grupo capturou inicialmente?
- 2 – Quantos “peixes” foram marcados inicialmente?
- 3 – Quantos “peixes” foram Recapturados?.....
- 4 – Quantos estavam marcados dentre os Recapturados?
- 5 – Considerando o tamanho da amostra Recapturada (.....) qual a proporção de marcados nessa amostra?.....
- 6 – Qual a proporção de peixes marcados na população?
- 7 – Como relacionar os itens 5 e 6?
- 8 – Como estimar o valor de N (tamanho da população).
- 9 – Repetindo o procedimento (nesta planilha foram feitas quatro repetições), obtém-se sempre a mesma estimativa para N?

Discutir.....
.....
.....

- 10 – A estimativa foi construída com qual tamanho de amostra?
- 11 – Em sua opinião, qual a influência do tamanho da amostra na estimativa?
- 12 – Comentários adicionais



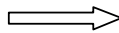
ATIVIDADE 3 – ANÁLISE DESCRITIVA

A Análise Descritiva é uma parte muito importante da Estatística, que analisa o comportamento dos dados observados através de medidas resumo e de gráficos, quer trabalhando com características (denominadas de variáveis) de modo individual, quer mostrando a relação entre duas ou mais das características de interesse. As variáveis podem ser numéricas (a resposta vem através de um número – peso, altura etc) ou qualitativas (a resposta vem através de uma categoria – cor dos olhos, sexo etc). Vamos aqui desenvolver a Estatística Descritiva para variáveis numéricas.

A variável a ser trabalhada aqui será a Medida do Palmo da Mão, por ser de rápida execução, não necessitando de nenhum aparato suplementar que não uma régua. .

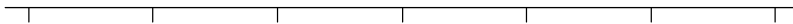
Instruções: distribuir réguas para os alunos medirem o tamanho do seu próprio palmo da mão (primeiro da mão direita e depois da esquerda). Cada aluno deverá marcar em sua planilha o valor obtido, arredondando para o inteiro mais próximo (se for obtido o valor 5 na casa decimal, usar o valor superior – regra que pode ser mudada).

Obs. será discutido previamente com a turma o procedimento comum a todos para a medição, bem como alertar para erros de medida.

Mão	Direita	Esquerda
Marque a sua Medida 		
*****	*****	*****
Completar as células abaixo com a freqüência observada na turma		
valores	freqüência	freqüência
Mínimo:		

Instruções para os alunos: usando os dados da Mão Direita:

- 1 – Localize com x a sua medida (até o cm mais próximo – use somente valores inteiros) na reta abaixo:



- 2) À medida que cada colega for dizendo seu valor em voz alta, marque um círculo na reta um por um, fazendo uma "torre" quando os valores se repetirem

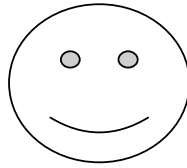
- 3) Escreva três valores de medidas de palmas da mão direita: o seu e os de mais dois colegas da turma (preferencialmente os que estiverem próximos e com pelo menos um diferente do seu).

.....

- a) Qual sugestão você daria para resumir este conjunto de dados?

.....
.....

b) PAUSA PARA ATIVIDADE INTERMEDIÁRIA



c) A partir dessa atividade intermediária que acabamos de fazer, como você responderia a questão a)?

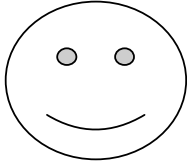
.....
.....
.....
.....

d) Resuma os três valores coletados no início desta questão segundo a sugestão da atividade intermediária. Comente.

e) (Opcional) Coloque na reta (com um símbolo diferente dos anteriores) os valores das médias entre os três valores selecionados – colem também os dos colegas. O que é possível perceber?

f) Tente fazer uma *tabela de frequências* agrupando os valores do palmo da mão direita de dois em dois.

g) Imagine uma representação gráfica para a tabela do item f).



ATIVIDADE INTERMEDIÁRIA

Distribuir para a turma 16 cartelas com números coloridos (rosa, verde, azul e preto) →

Rosa: 100 0 0 0

Verde: 20 65 5 10

Azul: 50 0 0 50

Preto: 25 25 25 25

Encontrar uma referência na classe: pode ser a lousa, a mesa ou a parede – é preciso espaço.

- 1- Chamar uma cor: cada um se coloca no referencial. A classe copia os valores na ordem do menor para o maior, registrando de que cor é. Pede-se a média e os valores máximo e mínimo.
- 2- Chamar a próxima cor e pedir novamente que se coloquem no referencial, mantendo a cor anterior no referencial. Pede-se a média e os valores máximo e mínimo.
- 3- Fazer o mesmo com as duas cores restantes, uma de cada vez.
- 4- Os alunos terão calculado 4 médias verificando que são todas iguais, apesar de os conjuntos se comportarem de modo diferente, como é possível perceber através dos colegas postados em relação ao referencial.
- 5- Neste momento serão introduzidos os conceitos de mediana, amplitude, desvio padrão e coeficiente de variação, com os respectivos cálculos.

	Média	Mediana	Máximo	Mínimo
ROSA				
VERDE				
AZUL				
PRETO				

	Amplitude	Variância	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
ROSA				
VERDE				
AZUL				
PRETO				

6- Comparar os resultados e voltar para a atividade 3.